

12. RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA I STATYSTYKA – zadania

Zad.12.1. Oblicz ile można utworzyć z cyfr 0, 1, 2, 3 liczb:

- dwucyfrowych, których cyfry mogą się powtarzać;
- trzycyfrowych o niepowtarzających się cyfrach;
- czterocyfrowych o niepowtarzających się cyfrach.

Zad.12.2. Zaprzyjaźniona grupa liczy dziewięć osób.

- Spotykając się ze sobą każdy wita się z każdym. Ile będzie różnych powitań ?
- W okresie świątecznym wszyscy przesyłają do siebie nawzajem życzenia. Ile kartek świątecznych prześlą ?

Zad.12.3. W spotkaniach piłkarskich liczącej 16 zespołów, gra każdy z każdym. Każdy mecz sędziuje trzech arbitrow. Oblicz koszt sędziowania spotkań, jeżeli każdy z arbitrow otrzymuje 100zł za jeden mecz.

Zad.12.4. Doświadczenie polega na wylosowaniu dwóch różnych liter ze zbioru $\{A, B, C, D, E, F\}$.

Określ zbiór zdarzeń elementarnych tego doświadczenia i wyznacz liczbę wszystkich zdarzeń elementarnych.

Zad.12.5. Doświadczenie polega na trzykrotnym losowaniu ze zwracaniem jednej litery ze zbioru

$\{A, B, C, D, E, F\}$. Określ zbiór zdarzeń elementarnych tego doświadczenia i wyznacz liczbę wszystkich zdarzeń elementarnych.

Zad.12.6. Gra polega na równoczesnym rzuceniu kostką do gry i dwiema monetami. Opisz zbiór zdarzeń elementarnych tego doświadczenia. Wyznacz liczbę wszystkich zdarzeń elementarnych.

Zad.12.7. Z urny zawierającej cztery kule ponumerowane od 1 do 4 losujemy dwie kule. Niech A będzie zdarzeniem polegającym na tym, że dwie wylosowane kule mają numery nieparzyste.

Opisz zbiór zdarzeń elementarnych tego doświadczenia, wypisz wyniki sprzyjające zdarzeniom A i A' oraz oblicz prawdopodobieństwo tych zdarzeń, jeśli losujemy:

- ze zwracaniem,
- bez zwracania.

Zad.12.8. Rzucamy dwa razy kostką. A oznacza zdarzenie polegające na wyrzuceniu w pierwszym rzuceniu większej liczby oczek niż w drugim, a B – że przynajmniej raz wypadnie jedynka. Wypisz wyniki sprzyjające zdarzeniom $A \cap B; A \cup B; A' \cap B$ oraz oblicz prawdopodobieństwa tych zdarzeń.

Zad.12.9. Rzucamy trzy razy monetą. Niech A oznacza, że wypadła co najwyżej jedna reszka, B – że wypadły co najwyżej dwie reszki, C – że wypadły trzy reszki.

- Spośród zdarzeń A, B, C podaj pary zdarzeń wykluczających się i pary zdarzeń przeciwnych.
- Które ze zdarzeń $B \cup C, A' \cap B, A \cap C$ jest zdarzeniem niemożliwym, a które zdarzeniem pewnym ?

Zad.12.10. W urnie jest 5 kul białych i 3 czarne. Losujemy kolejno trzy kule. Czy bardziej prawdopodobne jest wylosowanie trzech kul białych w przypadku losowania bez zwracania, czy ze zwracaniem ? zilustruj wszystkie możliwe wyniki obu doświadczeń za pomocą drzew.

Zad.12.11. Na loterii jest 10 losów, w tym 2 wygrywające. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że co najmniej jeden los jest wygrywający spośród dwóch zakupionych.

Zad.12.12. Uczeń potrafi rozwiązać 15 z 20 zadań egzaminacyjnych. Losuje trzy zadania i jeśli rozwiąże co najmniej jedno z nich to zda egzamin. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że uczeń zda egzamin.

Zad.12.13. Rzucamy trzy razy monetą. Oblicz prawdopodobieństwo Zdarzenia polegającego na otrzymaniu:

- dokładnie dwa razy orła;
- trzy razy orła lub trzy razy reszki;
- co najmniej raz reszki

Zad.12.14. Na loterii jest piętnaście losów, wśród których jeden los wygrywa całą stawkę, cztery losy wygrywają po $\frac{1}{3}$ stawki, a pozostałe losy są puste. Oblicz prawdopodobieństwo, że kupując trzy losy wygramy dokładnie całą stawkę.

Zad.12.15. Rzucamy dwa razy kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego

- na otrzymaniu sumy oczek nie mniejszej od dziewięciu;
- na otrzymaniu pięciu oczek co najmniej na jednej kostce;
- na tym, że co najmniej na jednej z kostek otrzymamy pięć oczek i suma na obu kostkach będzie nie mniejsza od dziewięciu.

Zad.12.16. Spośród cyfr 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 losujemy kolejno bez zwracania trzy cyfry i tworzymy z nich liczbę trzycyfrową. Oblicz prawdopodobieństwo, że otrzymana liczba jest:

- nieparzysta;
- podzielna przez 5;
- większa od 237.

Zad.12.17. Rzucamy najpierw monetą, potem kostką, a następnie znowu monetą. Zilustruj to doświadczenie losowe za pomocą drzewa. Oblicz prawdopodobieństwo, że wypadł orzeł, dwa oczka i reszka.

Zad.12.18. W każdej z trzech urn znajduje się jedna kula czarna i dwie białe. Z pierwszej urny przełożono losowo wybraną kulę do drugiej urny, a następnie z drugiej urny wyciągnięto też jedną kulę i przełożono ją do trzeciej urny. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania z trzeciej urny białej kuli.

Zad.12.19. Pewien zawodnik strzelający z pistoletu przy pierwszym strzale trafia do celu z prawdopodobieństwem 0,8. Zawodnik oddaje kolejno trzy strzały. W przypadku w poprzednim strzale trafił do celu, to prawdopodobieństwo trafienia w następnym strzale wzrasta o 0,05, a w przypadku, gdy nie trafi – maleje o 0,1. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że zawodnik oddając trzy strzały dwukrotnie trafi do celu.

Zad.12.20. Stwierdzono, że przy spryskiwaniu drzewek pewnym środkiem ginie 70% gąsienic, natomiast te, które zostaną uzyskują częściową odporność i przy ponownym spryskaniu ginie ich 20%. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że gąsienica zginie przy pierwszym lub drugim spryskaniu.

Zad.12.21. W fabryce zainstalowano trzy urządzenia wykrywające niezależnie awarię maszyny. Prawdopodobieństwo wykrycia awarii przez pierwsze urządzenie wynosi 0,7, przez drugie 0,8, przez trzecie 0,9. Oblicz prawdopodobieństwo wykrycia awarii przez

- dokładnie dwa urządzenia;
- co najmniej jedno urządzenie.

Zad.12.22. Oblicz średnią arytmetyczną oraz wyznacz medianę i dominantę danych :

- 2,3,2,4,4,3,5,5,5
- 2,2,3,3,5,5,4,4
- 3,3,4,4,2,5

Zad.12.23. Oblicz odchylenie standardowe danych: 8,5,5,6,6,6

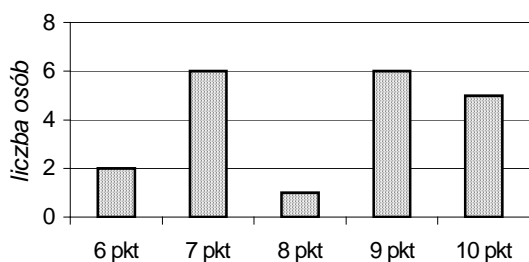
Zad.12.24. Grupie osób zadano pytanie: „W którym roku życia zakończyli edukację?”. Wyniki ankiety przedstawiono w tabeli

Wiek	16	17	18	19	20	21	22	23
Liczba osób	3	5	11	8	11	4	7	1

- Wyniki testu przedstaw za pomocą diagramu słupkowego.
- Oblicz średnią wieku, w którym ankietowani ukończyli edukację
- Wyznacz medianę i dominantę tego wieku.

Zad.12.25. Na wycieczkę pojechało 21 osób o średniej wieku 23 lata. Średnia ta wzrośnie do 24 lat, jeśli doliczy się wiek przewodnika. Ile lat ma przewodnik?

Zad.12.26. Wykres przedstawia wyniki uzyskane przez uczniów klasy I B ze sprawdzianu z j. angielskiego.
a) Oblicz średnią arytmetyczną uzyskanych punktów, b) podaj medianę i dominantę punktów.



Zad.12.27 Tabela przedstawia oceny Janka z chemii. Oblicz średnią ważoną jego ocen.

Formy pracy	oceny
Prace klasowe (waga 4)	3, 2, 1
Sprawdziany (waga 3)	4, 3, 5, 3,
Odpowiedź (waga 2)	4
Prace domowe (waga 1)	1
Referaty (waga 1)	6

Zad.12.28. W poniższej tabeli przedstawiono wyniki sondażu przeprowadzonego w grupie uczniów dotyczącego czasu przeznaczanego dziennie na przygotowanie zadań domowych.

Czas w godzinach	1	2	3	5
Liczba uczniów	5	10	15	10

- Naszczuj diagram słupkowy ilustrujący wyniki sondażu.
- Oblicz średnią liczbę godzin, jaką uczniowie przeznaczają dziennie na przygotowanie zadań domowych.
- Oblicz wariancję i odchylenie standardowe czasu przeznaczanego dziennie na przygotowanie zadań domowych. Wynik podaj z dokładnością do 0,01.

Zad.12.29 W zarządzie pewnej firmy pracują 3 osoby, które zarabiają przeciętnie 5,5 tys. zł. Oprócz tego w firmie tej pracuje 20 osób w dziale marketingu i 12 osób w dziale technicznym. Średnia płaca w dziale marketingowym wynosi 2,3 tys. zł., a w dziale technicznym 1,2 tys. zł.. Jaka jest średnia zarobku w tej firmie

Zad.12.30. Tabela przedstawia, ilu pracowników w firmie A i ilu w firmie B otrzymuje wynagrodzenie danej wysokości. Oblicz średnią arytmetyczną i odchylenie standardowe pensji, w każdej z tych firm. Na podstawie otrzymanych wyników odpowiedz na pytania: W której z tych firm średnie wynagrodzenie jest niższe? W której firmie pensje są bardziej zróżnicowane?

Pensja w tys. zł	Liczba pracowników	
	Firma A	Firma B
1	1	3
1,2	6	2
2	3	5

ODPOWIEDZI:Zad.12.1. a) 12 b) 18 c) 18Zad.12.2. a) 36 b) 72Zad.12.3. 36000 złZad.12.4. $\bar{\Omega} = 15$ Zad.12.5. $\bar{\Omega} = 216$ Zad.12.6. $\bar{\Omega} = 24$ Zad.12.7. a) $P(A) = \frac{1}{4}; P(A') = \frac{3}{4}$ b) $P(A) = \frac{1}{6}; P(A') = \frac{5}{6}$ Zad.12.8. $P(A \cap B) = \frac{5}{36}; P(A \cup B) = \frac{7}{12}; P(A' \cap B) = \frac{1}{6}$ Zad.12.9. a) pary zdarzeń wykluczających się: A i C oraz B i C

pary zdarzeń przeciwnych: B i C

c) zdarzenie niemożliwe: $A \cap C$ zdarzenie pewne: $B \cup C$ Zad.12.10. ze zwracaniem: $P(A) = \frac{125}{512}$ bez zwracania: $P(A) = \frac{5}{28}$

bardziej prawdopodobne przy losowaniu ze zwracaniem

Zad.12.11. $P(A) = \frac{17}{45}$ Zad.12.12. $P(A) = \frac{49}{57}$ Zad.12.13. a) $P(A) = \frac{3}{8}$ b) $P(B) = \frac{1}{4}$ c) $P(C) = \frac{7}{8}$ Zad.12.14. $P(A) = \frac{7}{65}$ Zad.12.15. a) $P(A) = \frac{5}{18}$ b) $P(B) = \frac{11}{36}$ c) $P(C) = \frac{5}{36}$ Zad.12.16. a) $P(A) = \frac{5}{9}$ b) $P(B) = \frac{1}{9}$ c) $P(A) = \frac{109}{126}$ Zad.12.17. $P(A) = \frac{1}{24}$ Zad.12.18. $P(A) = \frac{2}{3}$ Zad.12.19. $P(A) = 0,263$ Zad.12.20. $P(A) = 0,76$ Zad.12.21. a) $P(A) = 0,398$ b) $P(A) = 0,994$ Zad.12.22. $\bar{x} \approx 3,4; M = 4; D = 5$ b) $\bar{x} = 3,5; M = 3,5; D$ - nie mac) $\bar{x} = 3,5; M = 3,5; D = 3$ lub $D = 4$ Zad.12.23. $\delta = 1$

Zad.12.24. b) $\bar{x} = 19,28$ c) $M = 19; D = 18$ lub $D = 20$

Zad.12.25. 45 lat

Zad.12.26. $\bar{x} = 8,5; M = 9; D = 7$ lub $D = 9$

Zad.12.27. $\overline{x_w} = 3$

Zad.12.28. $\bar{x} = 3; \delta^2 = 1,75; \delta \approx 1,32$

Zad.12.29. około 2,5 tys. zł

Zad.12.30. $\overline{x_A} = 1,42; \overline{x_B} = 1,54$ $\delta_A \approx 0,384; \delta_B \approx 0,465$

Średnia wynagrodzenia jest niższa w firmie A.

Bardziej zróżnicowane są pensje w firmie B.